

WEKTORY W R^n , DZIAŁANIA, ILOCZYN SKALARNY

1. Naszkicuj następujące wektory:

(a) $\mathbf{u} + \mathbf{v}$

(b) $3\mathbf{u}$

(c) $\mathbf{u} - \mathbf{v}$

(d) $\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$

(e) $2\mathbf{u} + 4\mathbf{v}$

(f) $-\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$

(g) $3(\mathbf{u} - \mathbf{v})$

(h) $3\mathbf{u} - \mathbf{v}$

2. Dane są punkty \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} . Znajdź składowe oraz długości wektorów: $\vec{\mathbf{AB}}$, $\vec{\mathbf{AC}}$, $\vec{\mathbf{CB}}$. Sporządź rysunek:

(a) $\mathbf{A} = (-1, 2)$, $\mathbf{B} = (1, 0)$, $\mathbf{C} = (2, 2)$

(b) $\mathbf{A} = (1, -4)$, $\mathbf{B} = (5, 3)$, $\mathbf{C} = (2, 5)$

(c) $\mathbf{A} = (-4, 6)$, $\mathbf{B} = (-3, -1)$, $\mathbf{C} = (6, -4)$

(d) $\mathbf{A} = (7, -3)$, $\mathbf{B} = (-2, 4)$, $\mathbf{C} = (-4, 6)$

(e) $\mathbf{A} = (2, 3)$, $\mathbf{B} = (-6, 0)$, $\mathbf{C} = (3, 2)$

(f) $\mathbf{A} = (-1, 3)$, $\mathbf{B} = (1, 4)$, $\mathbf{C} = (-2, 2)$

(g) $\mathbf{A} = (3, 2)$, $\mathbf{B} = (1, 3)$, $\mathbf{C} = (1, 2)$

(h) $\mathbf{A} = (-2, 2)$, $\mathbf{B} = (3, 0)$, $\mathbf{C} = (0, 2)$

3. Dane są wektory \mathbf{u} i \mathbf{v} . Znajdź wektory $\mathbf{u} + \mathbf{v}$, $\mathbf{u} - \mathbf{v}$, $2\mathbf{u}$, $-\frac{1}{3}\mathbf{v}$, $3\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$, $\frac{1}{2}\mathbf{u} - \frac{2}{3}\mathbf{v}$, $\frac{1}{3}\mathbf{u} - \frac{2}{3}\mathbf{v}$ oraz oblicz ich długość:

(a) $\mathbf{u}^T = [2, -3]$, $\mathbf{v}^T = [1, 4]$

(b) $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

(c) $\mathbf{u}^T = [-1, 2, 1]$, $\mathbf{v}^T = [1, 0, 2]$

(d) $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}$

(e) $\mathbf{u} = 2 \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = - \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

(f) $\mathbf{u} = -3\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$

(g) $\mathbf{u} = 8\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = (-3)(-2\mathbf{i} + \mathbf{j})$

(h) $\mathbf{u}^T = -2[0, 7, 2]$, $\mathbf{v}^T = 5[1, 2, 2]$

(i) $\mathbf{u} = 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{v} = -2 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

(j) $\mathbf{u} = -(4\mathbf{i} - \mathbf{j})$, $\mathbf{v} = 2(\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$

(k) $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$, $\mathbf{v} = -6\mathbf{i} + 4\mathbf{k}$

4. Oblicz iloczyn skalarny $\mathbf{u} \circ \mathbf{v}$ dla par wektorów z zadania 3.

5. Oblicz cosinus kąta między wektorami \mathbf{u} i \mathbf{v} (dla par wektorów z zadania 3).

6. Mając punkty \mathbf{P} , \mathbf{Q} i $\mathbf{R} = (x, y, z)$, dobierz wartości x, y i z tak, aby wektor $\vec{\mathbf{PR}}$ był ortogonalny do wektora $\vec{\mathbf{PQ}}$:

(a) $\mathbf{P} = (8, -3, 5)$, $\mathbf{Q} = (6, 1, 7)$

(b) $\mathbf{P} = (2, 1, 5)$, $\mathbf{Q} = (8, 4, 6)$

(c) $\mathbf{P} = (1, 0, 0)$, $\mathbf{Q} = (0, 1, 0)$

(d) $\mathbf{P} = (3, -5, 5)$, $\mathbf{Q} = (2, 1, 6)$

(e) $\mathbf{P} = (4, 0, -1)$, $\mathbf{Q} = (2, 4, 2)$

(f) $\mathbf{P} = (0, 1, 4)$, $\mathbf{Q} = (5, 2, 1)$

(g) $\mathbf{P} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{Q} = (2, 2, 2)$