

## WYZNACZNIK, MACIERZ ODWROTNA

1. Oblicz wyznaczniki:

$$(a) \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 8 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 6 & -12 \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} \cos x & \sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} \quad (e) \begin{vmatrix} -4 & 4 \\ -7 & 12 \end{vmatrix} \quad (f) \begin{vmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{vmatrix}$$

2. Oblicz wyznacznik M. Sarrusa

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 8 & 5 & -16 \\ 6 & 2 & -12 \\ 1 & -7 & -2 \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} 3 & -1 & -3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 6 & -1 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad (e) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 7 & 2 & -4 \\ 1 & -3 & 1 \end{vmatrix} \quad (f) \begin{vmatrix} 1 & a & -b \\ -a & a+b & a-b \\ b & a-b & a+b \end{vmatrix}$$

3. Wykorzystując macierz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Znaleźć minory i dopełnienia algebraiczne dla każdego elementu drugiego wiersza,
- Znaleźć minory i dopełnienia algebraiczne dla każdego elementu trzeciego wiersza,
- Znaleźć minory i dopełnienia algebraiczne dla każdego elementu pierwszej kolumny,
- Znaleźć minory i dopełnienia algebraiczne dla każdego elementu trzeciej kolumny,
- Obliczyć  $|\mathbf{A}|$  przez rozwinięcie względem drugiego wiersza,
- Obliczyć  $|\mathbf{A}|$  przez rozwinięcie względem trzeciego wiersza,
- Obliczyć  $|\mathbf{A}|$  przez rozwinięcie względem pierwszej kolumny,
- Obliczyć  $|\mathbf{A}|$  przez rozwinięcie względem trzeciej kolumny.

4. Oblicz wyznacznik M. Laplace'a

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 & 1 \\ -2 & 2 & -4 & -6 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$(d) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 7 & 1 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \quad (e) \begin{vmatrix} 0 & 0 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} \quad (f) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

5. Oblicz wyznacznik stosując operacje elementarne na wierszach i kolumnach (sprowadzanie do macierzy dolno- lub górno-trójkątnej)

$$(a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

6. Dla jakich wartości  $x$  wyznacznik macierzy  $\mathbf{A}$  jest równy zero:

$$(a) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & x & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (b) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (c) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} x & 2 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Wyznacz macierz odwrotną metodą dopełnień algebraicznych oraz metodą eliminacji Gaussa-Jordana:

$$(a) \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \quad (b) \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{bmatrix} \quad (e) \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (f) \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -2 & -5 & -7 \\ -1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \end{bmatrix} \quad (h) \begin{bmatrix} -1 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (i) \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$