

ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ I PRZEDZIAŁY UFNOŚCI

1. Badano sprawność optyczną próżniowego kolektora słonecznego przy natężeniu napromieniowania słonecznego $I = 800 \text{ W / m}^2$. Wykonano 12 pomiarów uzyskując następujące wyniki:

0,70 0,61 0,74 0,56 0,47 0,57 0,88 0,65 0,58 0,62 0,53 0,49

Obliczyć: średnią sprawność optyczną kolektora, średnie odchylenie kwadratowe (wariancję z próby), odchylenie standardowe, błąd standardowy średniej, współczynnik zmienności, rozstęp oraz medianę.

2. Ekogroszek jest to paliwo stałe produkowane na bazie węgla kamiennego przeznaczone do wytwarzania energii cieplnej w nisko emisyjnych piecach z podajnikiem retortowym. Ekogroszek posiadać powinien odpowiednie właściwości fizyczno-chemiczne które zagwarantują bezawaryjną pracę pieca, są to odpowiednio niska spiekalność ($RI < 20$), odpowiednio wysokie temperatury spiekania, brak zanieczyszczeń paliwa, mięknięcia popiołu, odpowiednia granulacja (uziarnienie), odpowiednio niska emisja gazów cieplarnianych, wysoka wartość opałowa, zawartość siarki $< 0,6\%$ i zawartość popiołu $< 10\%$. W doświadczeniu badano zawartość popiołu (części niepalnych) dla ekogroszku wyprodukowanego na bazie węgla wysokogatunkowego z pewnej kopalni. Otrzymano następujące wyniki:

6,8 7,8 6,9 6,4 7,5 8,4 7,4 7,1

Obliczyć i zinterpretować: średnie zawartość popiołu, wariancję, odchylenie standardowe, medianę, współczynnik zmienności oraz rozstęp.

3. W pewnym doświadczeniu chemicznym bada się ilość czystej substancji wydzielającej się w trakcie pewnego procesu. Przeprowadzono 5 obserwacji aby ustalić rozrzut dla obserwowanej zmiennej o rozkładzie normalnym $N(\mu; \sigma)$. Uzyskano obserwacje w mg 285; 293; 302; 297; 291. Oszacuj wartość średnią i wartość wariancji (zastosuj estymator zgodny i nieobciążony dla wariancji). Przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 0,99$ wyznacz przedział ufności dla wartości średniej i przedział ufności dla wariancji.

4. W celu stwierdzenia sensowności budowy elektrowni wiatrowej w gminie badano średnią miesięczną prędkość wiatru przez kolejne 10 miesięcy. Uzyskano następujące wyniki (w m/s):

4,6 4,2 4,3 4,3 4,1 4,7 4,4 4,2 4,3 4,6

- a) Zbudować 90% przedział ufności dla rzeczywistej średniej prędkości wiatru.
b) Zbudować 99% przedział ufności dla rzeczywistej średniej prędkości wiatru.

5. Dokonano pomiaru żywotności dwóch typów żarówek energooszczędnych typu LED (w h). Wiedząc, że czas świecenia pierwszego rodzaju świetlówek podlega rozkładowi normalnemu $N(\mu_1; \sigma)$, a czas świecenia drugiego rodzaju świetlówek podlega rozkładowi normalnemu $N(\mu_2; \sigma)$, wyznaczyć przy obranym poziomie ufności 0,99 przedział ufności dla różnicy $\mu_1 - \mu_2$. Uzyskano 5 obserwacji dla świetlówek pierwszego rodzaju: 2830 2840 2800 2880 2820 oraz 5 obserwacji dla świetlówek drugiego rodzaju: 2790 2720 2770 2780 2760.

6. Opór oporników jest zmienną o rozkładzie normalnym. Z produkcji dwu firm pobrano próbki losowe. Wykonano pomiary oporu R 8 oporników produkowanych w jednej firmie i 8 oporników produkowanych w drugiej firmie. Na podstawie obserwacji oporu w pierwszej firmie: 198,1; 200,1; 200,7; 201,3; 198,5; 202,5; 201,9; 200,9; i w drugiej firmie: 202,7; 201,5; 201,3; 201,1; 201,0; 199,7; 198,2; 199,7, przyjmując poziom ufności $1 - \alpha = 0,95$ zbuduj przedział ufności dla różnicy średnich oporów oporników produkowanych pierwszej i drugiej firmy.

7. W uprawie wierzby energetycznej ilość uzyskanej biomasy zależy w największym stopniu od klasy ziemi. Dokonano 30 pomiarów plonów w t/ha. Wiedząc, że obserwowana zmienna podlega rozkładowi normalnemu $N(\mu; \sigma=1)$ wyznacz błąd standardowy, czyli odchylenie standardowe dla wartości średniej μ , jeżeli z przeprowadzonych obserwacji uzyskano $\bar{x}=12$, $\hat{s}^2=1,21$. Przyjmując poziom ufności $1-\alpha=0,99$ zbuduj przedział ufności dla średniej μ .
8. Dodatek paliwa do oleju rzepakowego znacznym stopniem poprawiły jego właściwości fizykochemiczne jako paliwa do silników o zapłonie samoczynnym. W laboratorium badano mieszaninę oleju rzepakowego z benzyną U95 pod względem poprawy składu frakcyjnego. Jest to zmienna o rozkładzie normalnym $N(\mu; \sigma=0,8)$. Badania wykonywano w temperaturze 300°C uzyskując następujące wyniki (w %): 20,4; 19,6; 22,1; 20,8; 19,2; 20,4; 20,9; 21,5; 22,0. Wyznacz średnią frakcyjność badanej mieszaniny i przyjmując poziom ufności $1-\alpha=0,95$ zbuduj przedział ufności dla tej średniej.

średnia	$\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	
wariancja	$\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} \right)$	odchylenie standardowe $\hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2}$
mediana	$m_e = \begin{cases} \frac{x_{n+1}}{2} & n - \text{parzyste} \\ \frac{x_n + x_{n+2}}{2} & n - \text{nieparzyste} \end{cases}$	
współczynnik zmienności	$v = \frac{\hat{s}}{\bar{x}} \cdot 100\%$	
PRZEDZIAŁ UFNOŚCI DLA μ		
σ - znane	$\mu \in \left(\bar{x} - u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + u_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$	$u_\alpha = t_{\alpha, \infty}$
σ - nieznanne	$\mu \in \left(\bar{x} - t_{\alpha, n-1} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}; \bar{x} + t_{\alpha, n-1} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} \right)$	
PRZEDZIAŁ UFNOŚCI DLA $\mu_1 - \mu_2$		
założenie $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\mu_1 - \mu_2 \in \left(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t_{\alpha; n_1+n_2-2} \sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{s}_1^2 + (n_2-1)\hat{s}_2^2}{n_1+n_2-2} * \frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}; \right. \\ \left. \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + t_{\alpha; n_1+n_2-2} \sqrt{\frac{(n_1-1)\hat{s}_1^2 + (n_2-1)\hat{s}_2^2}{n_1+n_2-2} * \frac{n_1+n_2}{n_1n_2}} \right)$	
PRZEDZIAŁ UFNOŚCI DLA σ^2		
Założenie $n \leq 30$	$\frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}; n-1}^2}$	