

UKŁADY RÓWNAŃ, WZORY CRAMERA, METODA ELIMINACJI GAUSSA

1. Rozwiąż układy równań korzystając z macierzy odwrotnej oraz stosując wzory Cramera:

$$(a) \begin{cases} 9x_1 - 8x_2 = 4 \\ 7x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x_1 + 7x_2 = 2 \\ 2x_1 - x_2 = 9 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 5x_3 = 0 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 18 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 7 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases} \quad (f) \begin{cases} x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 1 \\ 5x_1 - 2x_2 = 7 \end{cases} \quad (h) \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 = 6 \\ 3x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases} \quad (j) \begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 5x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 3 \\ 4x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(k) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_4 = 1 \\ -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \end{cases} \quad (l) \begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ 2x + 2y + z + t = 0 \\ 3x + 2y + 3z + 2t = 3 \\ 6x + 4y + 3z + 2t = 2 \end{cases}$$

Odp. $[\frac{16}{37}, -\frac{1}{74}]^T$, $[\frac{13}{3}, -\frac{1}{3}]^T$, $[\frac{15}{28}, \frac{2}{7}, \frac{3}{28}]^T$, $[2, 3, -1]^T$, $[1, 2, 3]^T$, $[-1\frac{2}{3}, 3\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}]^T$, $[1, -1]^T$, $[\frac{14}{11}, \frac{2}{11}]^T$, $[1, 2, -1]^T$, $[1, 1, 1]^T$, $[-8, 0, 0, -3]^T$, $[1, -2, 0, 2]^T$

2. Metodą eliminacji Gauss'a rozwiąż układ równań:

$$(a1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 11 \end{cases} \quad (a2) \begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ x + y = -1 \\ 5x - y = 7 \end{cases} \quad (a3) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 - x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -4 \end{cases}$$

$$(b1) \begin{cases} x + y - 4z = 0 \\ 2x + 2y - 8z = 1 \\ 2x + 5y - 20z = -1 \end{cases} \quad (b2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 4x_2 + 7x_3 = 5 \end{cases}$$

$$(c1) \begin{cases} x + y + z = -1 \\ 2x - y + z = 2 \\ 5x - y + 3z = 3 \\ 7x - 2y + 4z = 5 \end{cases} \quad (c2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 3 \end{cases} \quad (c3) \begin{cases} x - 2y + z + t = 1 \\ x - 2y + z - t = -1 \\ x - 2y + z + 5t = 5 \end{cases}$$

$$(d1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7 \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 5 \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 18 \end{cases} \quad (d2) \begin{cases} x + 5y = 2 \\ -3x + 6y = 15 \end{cases}$$

$$(e1) \begin{cases} x - 2y + 3z = -7 \\ 3x + y + 4z = 5 \\ 2x + 5y + z = 18 \end{cases} \quad (e2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ 4x_1 + 8x_2 - 7x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(f1) \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1 \\ x_2 + 3x_3 - 3x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 1 \end{cases} \quad (f2) \begin{cases} x + 2y - z - t = 1 \\ x + y + z + 3t = 2 \\ 3x + 5y - z + t = 3 \end{cases}$$

Odp. (a) $[1, 2, 3]^T$, $[1, -2]^T$, $[0, 1, -2]^T$; (b) sprzeczny, sprzeczny; (c) nieoznaczony, nieoznaczony, nieoznaczony
 (d) $[2, 3, -1]^T$, $[-3, 1]^T$; (e) $[2, 3, -1]^T$, $[4, -2, 0, 1]^T$; (f) nieoznaczony, sprzeczny

3. Sieć trzech sklepów handluje kalkulatorami typu A, B i C. Tabela zawiera liczbę sprzedanych kalkulatorów każdego typu oraz ogólny przychód każdego ze sklepów. Znaleźć cenę każdego typu kalkulatora.

	A	B	C	Przychód
Sklep 1	1	2	5	156,00 zł
Sklep 2	2	4	8	294,00 zł
Sklep 3	3	3	7	321,00 zł

4. Sklep oponiarski sprzedaje trzy typy opon: diagonalne, radialne i luksusowe radialne. Tabela podaje liczbę opon każdego typu sprzedanych w czwartek, piątek i sobotę i ogólny dochód ze sprzedaży danego dnia. Jaka jest cena poszczególnych typów opon?

	Diagonalne	Radialne	Luksusowe radialne	Dochód
Czwartek	10	6	8	1 342,00 zł
Piątek	12	8	4	1 158,00 zł
Sobota	20	10	8	1 879,00 zł

5. Ogród wymaga 4 kg azotu, 8 kg fosforu i 8 kg potasu. Ogrodnik dysponuje dwoma nawozami. Nawóz A zawiera 4% azotu, 12% fosforu i 12% potasu a nawóz B po 10% każdego z tych składników. Ile kilogramów każdego z nawozów należy rozsypać w ogrodzie?