

1. Wyznaczyć wartości funkcji dla podanych argumentów:

- a) $f(x) = x^2$, $x = -1, 0, 1, 2$ b) $f(x) = 2^x$, $x = -1, 0, 1, 2$
 c) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x = -1, 0, 1, 2$ d) $f(x) = x^2 - 2x$, $x = -1, 0, 1, 2$
 e) $f(x) = 2 + \cos x$, $x = -\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$ f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x = 1, 8, 27$

2. Wyznaczyć dziedzinę funkcji:

- a) $f(x) = x^2 + 4x + 5$ b) $f(x) = \frac{2x}{x-5}$
 c) $f(x) = \frac{3x-9}{(x-3)(x+2)}$ d) $f(x) = \frac{x-2}{x^3+2x^2+x}$
 e) $f(x) = \frac{3x^2-5x-2}{5x^2-20}$ f) $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{x^2+6x+9}$
 g) $f(x) = (\ln x)^2 - 2e^x$ h) $f(x) = \log_3(x^2 - 7x + 12)$
 i) $f(x) = \log(9 - x^2)$ j) $f(x) = \frac{\log(x^2-7x+12)}{x^2-4}$
 k) $f(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}}{x^2-2x+1} - 2\ln(x+5)$ l) $f(x) = \frac{16-x^2}{\sqrt{x^2-2x+1}} + 2\ln(x-3)$
 m) $f(x) = \sqrt{(x-1)(2x+4)(3-x)}$ n) $f(x) = \ln[(1-x)(3x+12)(2x-2)]$
 p) $f(x) = \sqrt{\frac{4-x}{x+5}}$
 r) $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{(x-1)^2(9-x)}}$

3. Podaj miejsca zerowe następujących funkcji:

- a) $f(x) = \frac{4+x^2}{x^6}$ b) $f(x) = x^4 - 4$
 c) $f(x) = \frac{\sin x}{x^3+1}$ d) $f(x) = e^x + 1$
 e) $f(x) = x^2 - 3x + 1$ f) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$
 g) $f(x) = \frac{3x-9}{(x-3)(x+2)}$ h) $f(x) = \frac{3x^2-5x-2}{5x^2-20}$

4. Rozwiąż równania i nierówności:

- a) $2^{3x+2} = 2^{-x^2}$ b) $\log_2 x > \log_2(1-x)$
 c) $\frac{6^{x^2+5}}{6^{3x}} \leq 216$ d) $\log_4 x = 3$
 e) $\log_2(2x+1) = \log_2 3$ f) $(\frac{1}{\sqrt{3}})^{4x^2} = 9^{-2x^3}$
 g) $\cos 6x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ h) $\sin \frac{x}{2} > \frac{1}{2}$

Odp.: a) $x_1 = -2, x_2 = -1$, b) $x \in (\frac{1}{2}, 1)$, c) $x \in [1, 2]$, d) $x = 64$, e) $x = 1$, f) $x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}$

g) $x_1 = \frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, x_2 = -\frac{\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}$, h) $x \in \frac{\pi}{3} + 4k\pi, x_2 = \frac{5\pi}{3} + 4k\pi$.

5. Określ funkcje złożone $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$, $g \circ g$:

- a) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2^x$ b) $f(x) = x^3$, $g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
c) $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$ d) $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = \operatorname{tg} x$
e) $f(x) = \frac{x^2}{\cos x}$, $g(x) = \sin x$ f) $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = \ln x$
g) $f(x) = \operatorname{ctg} x^2$, $g(x) = x - 1$ h) $f(x) = \sqrt{\cos x}$, $g(x) = x^2 + 2$
i) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x}$ j) $f(x) = 2 + \cos x$, $g(x) = \sqrt{x}$

6. Znaleźć funkcje elementarne, z których złożona jest funkcja φ :

- a) $\varphi = \sin^2 x$ b) $\varphi = \sqrt{x+2}$
c) $\varphi = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ d) $\varphi = \ln(x+1)^2$
e) $\varphi = \sin \cos x$ f) $\varphi = \ln^2(x+1)$
g) $\varphi = \sqrt{\cos x + 2}$ h) $\varphi = \frac{1}{\operatorname{tg} x^3}$
i) $\varphi = \cos \frac{1}{x^2+5}$ j) $\varphi = e^{\ln \sin x}$

7. Obliczyć:

- a) $\log_2 32 - \log_2 16$ b) $\log 100 - \log_2 \frac{1}{32}$
c) $\frac{1}{2} \log_3 9 + \ln e^2$ d) $\log_5 \sqrt[3]{25} - e^{\ln 5}$
e) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \arcsin \operatorname{tg} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} \right)$
f) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 \arcsin 1$