

## Ćwiczenia 2 – Statystyka opisowa

### Zadania

**Zadanie 1** Badano efektywność kwantową fotosyntezy (Quantum Yield) u roślin ogórka szklarniowego (roślina typu C3) w warunkach niskiego natężenia światła. Wykonano 12 pomiarów uzyskując następujące wartości współczynnika sprawności:

0,70, 0,61, 0,74, 0,56, 0,47, 0,57, 0,88, 0,65, 0,58, 0,62, 0,53, 0,49

Obliczyć i zinterpretować:

- średnią efektywność,
- wariancję z próby,
- odchylenie standardowe,
- błąd standardowy średniej,
- współczynnik zmienności,
- rozstęp,
- medianę,
- modę.

Zbudować histogram **liczebności**.

### Zadanie 2

W doświadczeniu oceniano zawartość suchej masy (%) w świeżych owocach pomidora gruntowego w fazie dojrzałości konsumpcyjnej. Otrzymano następujące wyniki:

6,8, 7,8, 6,9, 6,4, 7,5, 8,4, 7,4, 7,1

Obliczyć i zinterpretować:

- średnią zawartość suchej masy,
- wariancję z próby,
- odchylenie standardowe,
- błąd standardowy średniej,
- współczynnik zmienności,
- rozstęp,

- medianę,
- modę.

Zbudować histogram **częstości**.

### Zadanie 3

W doświadczeniu polowym oceniano zasobność gleby w przyswajalny magnez (Mg) oznaczony metodą Egnera–Riehma. Wyniki podano w mg Mg/100 g gleby.

Uzyskano następujące wyniki:

4,6, 4,2, 4,3, 4,3, 4,1, 4,7, 4,4, 4,2, 4,3, 4,6

Obliczyć i zinterpretować:

- średnią zasobność,
- wariancję z próby,
- odchylenie standardowe,
- błąd standardowy średniej,
- współczynnik zmienności,
- rozstęp,
- medianę,
- modę.

Zbudować histogram **liczebności**.

### Zadanie 4

W laboratorium przetwórstwa warzyw badano zawartość ekstraktu ogólnego (%) w koncentracie pomidorowym po procesie zagęszczania (produkt półtechniczny). Uzyskano następujące wyniki:

20,4; 19,6; 22,1; 20,8; 19,2; 20,4; 20,9; 21,5; 22,0

Obliczyć i zinterpretować:

- średnią zawartość ekstraktu,
- wariancję z próby,
- odchylenie standardowe,
- błąd standardowy średniej,
- współczynnik zmienności,

- rozstęp,
- medianę,
- modę.

Zbudować histogram **częstości**.

## Wzory pomocnicze

Średnia:

$$\bar{x} = \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Mediana (dane uporządkowane rosnąco)

$$Me = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \text{dla } n \text{ nieparzystego} \\ \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} & \text{dla } n \text{ parzystego} \end{cases}$$

Wariancja z próby (estymator nieobciążony):

$$\hat{s}^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum x_i \right)^2 \right]$$

Odchylenie standardowe:

$$\hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2}$$

Błąd standardowy:

$$SE = \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$$

Współczynnik zmienności:

$$V = \frac{\hat{s}}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Rozstęp:

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

## Histogram

Liczba klas:

$$k \approx \sqrt{n}$$

W praktyce:

$$5 \leq k \leq 20$$

Szerokość klasy:

$$h = \frac{R}{k}$$

## Rozwiązanie – Zadanie 1

Liczba obserwacji:  $n = 12$

### 1. Uporządkowanie danych

$i$	$x_i$	$x_i^2$
1	0,47	0,2209
2	0,49	0,2401
3	0,53	0,2809
4	0,56	0,3136
5	0,57	0,3249
6	0,58	0,3364
7	0,61	0,3721
8	0,62	0,3844
9	0,65	0,4225
10	0,70	0,4900
11	0,74	0,5476
12	0,88	0,7744
$\Sigma$	7,40	4,7078

### 2. Średnia arytmetyczna

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

$$\bar{x} = \frac{7,40}{12} = 0,6167 \approx 0,617$$

**Interpretacja:** Średnia efektywność kwantowa fotosyntezy wynosi około 0,62, czyli 62% teoretycznego maksimum wykorzystania fotonów.

### 3. Wariancja z próby (estymator nieobciążony)

Korzystamy z przekształconego wzoru:

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum x_i \right)^2 \right]$$

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{11} \left[ 4,7078 - \frac{1}{12} (7,40)^2 \right]$$

$$(7,40)^2 = 54,76$$

$$\frac{54,76}{12} = 4,5633$$

$$\hat{s}^2 = \frac{1}{11}(4,7078 - 4,5633)$$

$$\hat{s}^2 = \frac{0,1445}{11} = 0,0131$$

#### 4. Odchylenie standardowe

$$s = \sqrt{\hat{s}^2}$$

$$s = \sqrt{0,0131} = 0,115$$

#### 5. Błąd standardowy średniej

$$SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$SE = \frac{0,115}{\sqrt{12}}$$

$$SE = \frac{0,115}{3,464} = 0,033$$

#### 6. Współczynnik zmienności

$$V = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

$$V = \frac{0,115}{0,617} \cdot 100\%$$

$$V = 18,6\%$$

#### Interpretacja:

Dla  $V < 10\%$  zmienna losowa uznawana jest za stabilną.

Ponieważ  $V = 18,6\%$ , badana cecha wykazuje umiarkowaną zmienność — efektywność fotosyntezy nie jest w pełni stabilna w badanej populacji roślin.

#### 7. Rozstęp

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

$$R = 0,88 - 0,47 = 0,41$$

## 8. Mediana

Dla  $n = 12$ :

$$Me = \frac{x_6 + x_7}{2}$$

$$Me = \frac{0,58 + 0,61}{2} = 0,595$$

## 9. Moda

W zbiorze nie występują wartości powtarzające się.

**Moda nie występuje.**

## 10. Histogram

Liczba klas:

$$k \approx \sqrt{n} = \sqrt{12} = 3,46 \approx 4$$

Szerokość klasy:

$$h = \frac{R}{k} = \frac{0,41}{4} = 0,1025 \approx 0,10$$

Przyjęte przedziały klasowe:

$$[0,47; 0,57)$$

$$[0,57; 0,67)$$

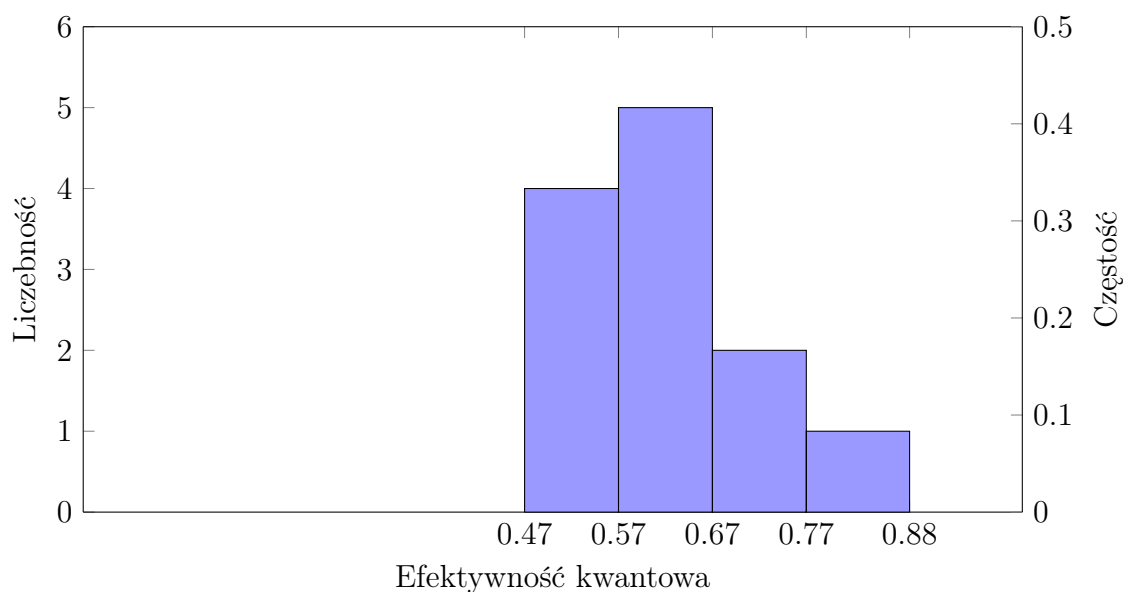
$$[0,67; 0,77)$$

$$[0,77; 0,88]$$

Liczebności: 4, 5, 2, 1

Częstości:

$$\frac{4}{12} = 0,333 \quad \frac{5}{12} = 0,417 \quad \frac{2}{12} = 0,167 \quad \frac{1}{12} = 0,083$$

**Wniosek końcowy:**

Średnia efektywność kwantowa fotosyntezy wynosi około 62% teoretycznego maksimum, jednak współczynnik zmienności (18,6%) wskazuje na umiarkowane zróżnicowanie badanej cechy w populacji roślin.

**Odpowiedzi – Zadania 2–4**

	<b>Zadanie 2</b>	<b>Zadanie 3</b>	<b>Zadanie 4</b>
Liczba obserwacji $n$	8	10	9
$\sum x_i$	58,3	43,7	186,9
$\sum x_i^2$	427,83	191,29	3892,79
Średnia $\bar{x}$	7,2875	4,3700	20,7667
Wariancja z próby $\hat{s}^2$	0,426964	0,042333	0,952500
Odchylenie standardowe $s$	0,653423	0,205747	0,975932
Błąd standardowy $SE$	0,231030	0,065060	0,325311
Współczynnik zmienności $V$	8,96%	4,71%	4,70%
Rozstęp $R$	2,0	0,6	2,9
Mediana $Me$	7,25	4,3	20,8
Moda	brak	4,3	20,4