

Ćwiczenia 4 – Testowanie hipotez

Zadania

Zadanie 1

Badano efektywność kwantową fotosyntezy (Quantum Yield) u roślin ogórka szklarniowego (roślina typu C3) w warunkach niskiego natężenia światła.

Wykonano 12 pomiarów uzyskując następujące wartości współczynnika efektywności:

0,70, 0,61, 0,74, 0,56, 0,47, 0,57, 0,88, 0,65, 0,58, 0,62, 0,53, 0,49

- Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezę, że przeciętna efektywność kwantowa fotosyntezy wynosi 0,75.
- Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezę, że przeciętna efektywność kwantowa fotosyntezy jest mniejsza niż 0,75.

Zadanie 2

W doświadczeniu oceniano zawartość suchej masy (%) w świeżych owocach pomidora gruntowego w fazie dojrzałości konsumpcyjnej.

Otrzymano następujące wyniki:

6,8, 7,8, 6,9, 6,4, 7,5, 8,4, 7,4, 7,1

Na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ sprawdzić hipotezę, że średnia zawartość suchej masy w owocach pomidora jest wyższa niż 7%.

Zadanie 3

W pewnym doświadczeniu chemicznym bada się ilość czystej substancji wydzielającej się w trakcie pewnego procesu. Przeprowadzono 5 obserwacji, aby ustalić rozrzut dla obserwowanej zmiennej o rozkładzie normalnym $N(\mu, \sigma)$.

Uzyskano następujące wyniki (w mg):

285, 293, 302, 297, 291

Na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ sprawdzić, czy przeciętna ilość czystej substancji wydzielanej w procesie chemicznym jest wyższa niż 290mg.

Zadanie 4

W doświadczeniu polowym oceniano zasobność gleby w przyswajalny magnez (Mg) oznaczony metodą Egnera–Riehma. Wyniki podano w mg Mg/100 g gleby. Pomiarów wykonano w 10 próbkach gleby pobranych z różnych miejsc badanego pola.

Uzyskano następujące wyniki:

4, 6, 4, 2, 4, 3, 4, 3, 4, 1, 4, 7, 4, 4, 4, 2, 4, 3, 4, 6

Wiedząc, że obserwowana zmienna podlega rozkładowi normalnemu $N(\mu, \sigma)$, na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezę, że rzeczywista przeciętna zawartość magnezu w glebie wynosi 4,2 mg Mg/100 g gleby.

Zadanie 5

W laboratorium nasiennym analizowano liczbę nasion w 1 g materiału siewnego kłosowca anyżowego (*Agastache foeniculum*) produkowanego przez dwie firmy nasienne.

Przyjęto, że liczba nasion w 1 g podlega rozkładowi normalnemu. Dla nasion produkowanych przez pierwszą firmę zmienna ma rozkład $N(\mu_1, \sigma)$, natomiast dla nasion drugiej firmy rozkład $N(\mu_2, \sigma)$.

W laboratorium wykonano po 5 oznaczeń liczby nasion w 1 g dla każdej partii.

Dla pierwszej firmy uzyskano wyniki:

2830, 2840, 2800, 2880, 2820

Natomiast dla drugiej firmy:

2790, 2720, 2770, 2780, 2760

Na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ zweryfikować hipotezę, że przeciętna liczba nasion w 1 g materiału siewnego pochodzącego z pierwszej firmy jest wyższa niż w przypadku drugiej firmy.

Zadanie 6

W doświadczeniu ogrodniczym analizowano zasobność podłoża torfowego w potas (K) oznaczony w laboratorium stacji chemiczno-rolniczej. Zawartość potasu podano w mg/dm³ podłoża. Analizowano próbki pochodzące z dwóch gospodarstw ogrodniczych produkujących pomidora szklarniowego.

Zakłada się, że zawartość potasu w podłożu jest zmienną o rozkładzie normalnym. Z każdej plantacji pobrano po 8 próbek podłoża i wykonano analizę laboratoryjną.

Dla pierwszego gospodarstwa uzyskano wyniki:

198, 1; 200, 1; 200, 7; 201, 3; 198, 5; 202, 5; 201, 9; 200, 9

Natomiast dla drugiego gospodarstwa:

202, 7; 201, 5; 201, 3; 201, 1; 201, 0; 199, 7; 198, 2; 199, 7

Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ zweryfikować hipotezę, że przeciętna zawartość potasu w podłożu w obu gospodarstwach jest taka sama.

Zadanie 7

W doświadczeniu ogrodniczym oceniano zawartość ekstraktu cukrowego (Total Soluble Solids, TSS) w owocach truskawki odmiany *Brighton*. Zawartość cukrów oznaczano refraktometrycznie w stopniach Brix ($^{\circ}\text{Bx}$).

W doświadczeniu wykonano 30 pomiarów zawartości ekstraktu w owocach. Zakłada się, że badana zmienna ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma = 1)$.

Na podstawie przeprowadzonych pomiarów uzyskano:

$$\bar{x} = 12, \quad s^2 = 1,21, \quad n = 30$$

Na poziomie istotności $\alpha = 0,01$ zweryfikować hipotezę, że rzeczywista średnia zawartość ekstraktu cukrowego w owocach truskawki jest niższa niż $12,5^{\circ}\text{Bx}$.

Zadanie 8

W doświadczeniu szklarniowym monitorowano wilgotność objętościową podłoża (Volumetric Water Content, VWC) w uprawie roślin warzywnych prowadzonych w podłożu torfowym. Wilgotność mierzono przy użyciu czujnika wilgotności podłoża zintegrowanego z komputerem klimatycznym sterującym systemem nawadniania.

Zakłada się, że badana zmienna ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma = 0,8)$.

Podczas pomiarów uzyskano następujące wartości wilgotności objętościowej podłoża (% objętościowych):

$$20,4; 19,6; 22,1; 20,8; 19,2; 20,4; 20,9; 21,5; 22,0$$

- Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezę, że przeciętna wilgotność objętościowa podłoża wynosi 20%.
- Na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ sprawdzić hipotezę, że przeciętna wilgotność objętościowa podłoża jest większa niż 20%.

Wzory pomocnicze

Średnia:

$$\bar{x} = \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Wariancja z próby (estymator nieobciążony):

$$\hat{s}^2 = \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum x_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum x_i \right)^2 \right]$$

Odchylenie standardowe:

$$\hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2}$$

TEST DLA ŚREDNIEJ μ σ znane

H_0	H_1	Obszar krytyczny
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$ U > u_\alpha$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$U > u_{2\alpha}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$U < -u_{2\alpha}$

Statystyka testowa:

$$U = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

 σ nieznane

H_0	H_1	Obszar krytyczny
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$ t > t_{\alpha, n-1}$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$t > t_{2\alpha, n-1}$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$t < -t_{2\alpha, n-1}$

Statystyka testowa:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\hat{s}/\sqrt{n}}$$

TEST DLA RÓŻNICY ŚREDNICH $\mu_1 - \mu_2$

Założenie:

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

H_0	H_1	Obszar krytyczny
$\mu_1 - \mu_2 = 0$	$\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	$ t > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$
$\mu_1 - \mu_2 \leq 0$	$\mu_1 - \mu_2 > 0$	$t > t_{2\alpha, n_1+n_2-2}$
$\mu_1 - \mu_2 \geq 0$	$\mu_1 - \mu_2 < 0$	$t < -t_{2\alpha, n_1+n_2-2}$

Statystyka testowa:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)\hat{s}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{s}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$